

Die auf die Zahn der Zahnradler wirkenden dynamischen Zahnkrafte (1 Teil) : Dynamische Zahnkrafte der aus Nylon hergestellten Zahnradler

著者	TAKANASHI Saburo, YAMASHITA Shigeru
journal or publication title	Science reports of the Research Institutes, Tohoku University. Ser. A, Physics, chemistry and metallurgy
volume	16
page range	209-234
year	1964
URL	http://hdl.handle.net/10097/27185

Die auf die Zahn der Zahnräder wirkenden dynamischen Zahnkräfte (1 Teil)

Dynamische Zahnkräfte der aus Nylon hergestellten Zahnräder

Saburo TAKANASHI und Shigeru YAMASHITA

Forschungsinstitut für wissenschaftliche Messung

(Eingegangen am 17. Oktober 1964)

Synopsis

In order to measure the dynamic loads on the Nylon gear teeth, a gear testing machine of torque circulation type was used. Stresses on the root fillet of the Nylon gear teeth were observed under various operating conditions with bonded strain gauges mounted on the root of Nylon gear teeth and with a double beam oscilloscope.

Furthermore, theoretical calculations were made of dynamic loads on the Nylon gear teeth under various operating conditions.

The results obtained are summarized as follows:

1. Dynamic loads increased in value observed with the increase in the peripheral speed of gears.
2. The rate of the increment of dynamic loads observed in low speed range (200 r.p.m. to 800 r.p.m.) was larger than the rate of the increment of dynamic loads in high speed range (800 r.p.m. to 1400 r.p.m.).
3. Dynamic loads theoretically calculated are smaller in value than dynamic loads observed.

I. Einleitung

Auf die Zahnflanke der sich drehenden Zahnräder, die die Kraft übertragen, wirken solche Kräfte, die von der übertragenen Leistung berechnet werden, man soll die Kräfte die statischen Zahnkräfte nennen. Auf die Zahnflanke der sich drehenden Zahnräder wirken jedoch im praktischen Fall im allgemeinen die Kraft, die grösser als die statischen Kräfte sind. Diese zusätzliche Kraft geht aus dem Verzahnungsfehler der Zahnräder, dem Aufstellungsfehler usw. hervor. Ausserdem kann man die Durchbiegung der Zahn, die durch die auf Zahnflanke wirkenden Kräfte entsteht, als die Ursache der zusätzlichen Kraft betrachten. Man soll diese zusätzlichen Kraft die dynamischen Zahnkräfte nennen. Die Menge der Durchbiegung verändert sich je nach der Eingriffsstelle der Zahnräder. Gegen das Triebrad dreht sich daher das Getrieberad immer mit widerholtem, nur geringem Vorgehen und Nachgehen. Dreht sich die Zahnräder mit verhältnismässig grosser Geschwindigkeit, wegen die Trägheit des sich drehenden Teiles, so verringert sich Vorgehen und Nachgehen, das durch die Veränderung der Durchbiegungsmenge verursacht wird, und drehen sich die Zahnräder glatt. Diese werden auch die Ursache der dynamischen Zahnkräfte betrachten. Auf die Zahnflanke der sich drehenden Zahnräder wirken schliesslich die statischen Kräfte (P_{st}) sowie die dynamischen Kräfte (P_{dy}). Die auf die Zahnflanke wirkenden Kräfte (P_n) sind daher

$$P_n = P_{st} + P_{dy} \quad (1)$$

Die statischen Kräfte (P_{st}) werden mit

$$P_{st} = \frac{1000 \cdot M_t}{R} \quad (2)$$

berechnen, wobei

M_t : Auf die Welle der Zahnräder wirkendes Drehmoment in Kg.m und

R : Radius des Teilkresies in mm

bedeutet.

Bis jetzt werden verschiedene Formeln für die dynamischen Kräfte veröffentlicht. Buckingham⁽¹⁾ erhielt z.B. Rechnungsformel

$$P_{dy} = b \cdot \frac{\frac{P_{st}}{b} + c \cdot f_e}{1 + 0.24 \sqrt{\frac{P_{st}}{b} + \frac{c \cdot f_e}{v}}} \quad (3)$$

und G. Niemann⁽²⁾ zeigte die Rechnungsformel

$$P_{dy} = b \cdot c \cdot f_e \cdot \sqrt{\frac{v^2}{v^2 + \eta \cdot c \cdot f_e}} \quad (4)$$

wobei

b : Die Zahnbreite in mm,

c : die Elastizitätskonstante,

f_e : den Eingriffsteilungsfehler in μ ,

v : die Umfangsgeschwindigkeit in m/s und

η : einen Koeffizient

bedeutet. Es gibt zwischen beiden Werten der dynamischen Kräfte P_{dy} , die aus den obigen Formeln unter denselben Bedingungen berechnet werden, beträchtlich grossen Unterschied.

Niemann⁽³⁾ hat neulich die auf die Zahnflanke der sich drehenden Zahnräder wirkenden dynamischen Kräfte experimentell dadurch gewonnen, dass er die Menge der Durchbiegung der Zahn der Zahnräder mittels induktives Dehnungsgebers gemessen hat. Andererseits hat Utagawa⁽⁴⁾ durch die Menge der Verschiebung des Zahnfusses die dynamischen Kräfte dadurch gemessen, dass er auf den Zahnfuss des Zahnrückens den Dehnungsmesser geklebt hat.

Die oben erwähnten Versuche werden bisher nicht öfter durchgeführt. Die Forschungsmaterialien über die dynamischen Kräfte sollen deshalb wenig sein.

II. Versuchsverfahren und Versuchsanlage

Die Verfasser verwendeten die Messeinrichtung, die in Bild 1 dargestellt ist.

(1) Buckingham: Spur Gear, Hiersig: VDI, Bd 22, Nr. 33, Nov. 1950

(2) G. Niemann: VDI, Bd 92, Nr. 26, 1959

(3) G. Niemann und H. Rettig: V D I-Z, Bd 99, Nr. 3, Januar, 1957.

(4) M. Utagawa: J S M E, Vol. 16, No. 470, March, 1958.

$$S_F = (z - 2) \sin \left\{ \frac{\pi}{2z} - \operatorname{evl} \alpha - \operatorname{evl} \cos^{-1} \left(\frac{z \cdot \cos \alpha}{z - 2} \right) \right\} \quad (8)$$

berechnet, wobei z die Zähnezahl und α den Eingriffswinkel bedeutet.

Durch die Zugspannung und Druckspannung tritt am Zahnfuß die Ausdehnung ε_t und Zusammenziehung ε_c ein. Bei dem vorliegenden Versuch ist der grösste Wert von σ_t und σ_c von der Grössenordnung von 3 Kg/mm^2 . Für die Zahnräder aus Nylon ist Hookesche Gesetz gültig und kommt

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E} \quad (9)$$

und

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E} \quad (10)$$

E ist der Elastizitätsmodul von Nylon. Man nehme den Wert 270 Kg/mm^2 als der Elastizitätsmodul. Durch die Ausdehnung und Zusammenziehung des Zahnfußes verändert sich der Widerstand R_1 und R_2 in die Werte

$$R_1 \rightarrow R_1 + \Delta R_1 \quad (11)$$

und

$$R_2 \rightarrow R_2 - \Delta R_2 \quad (12)$$

ΔR_1 und ΔR_2 hat die Grösse

$$\Delta R_1 = G_f \cdot R_1 \cdot \varepsilon_t = G_f \cdot R_1 \cdot \frac{\sigma_t}{E} \quad (13)$$

und

$$\Delta R_2 = G_f \cdot R_2 \cdot \varepsilon_c = G_f \cdot R_2 \cdot \frac{\sigma_c}{E} \quad (14)$$

wobei G_f den Messerfaktor bedeutet. G_f wird hier als 2 angenommen. Verändert sich der Widerstand R_1 und R_2 , so tritt zwischen den Klemmen A und B die Potentialdifferenz e ein, deren Grösse

$$e = - \left\{ \frac{V \cdot R_3 \cdot \Delta R_1}{(R_1 + R_3)^2} + \frac{V \cdot R_4 \cdot \Delta R_2}{(R_2 + R_4)^2} \right\} \quad (15)$$

ist. V ist die Stromquellespannung und hat den Wert 3 Volt. Setzt man den Wert 3 Volt und $120 \, \Omega$ als R_1 , R_2 , R_3 und R_4 in die obige Gleichung ein, so kommt

$$e = - \frac{V \cdot G_f}{4 \cdot E} (\sigma_t + \sigma_c) \quad (16)$$

Diese bedeutet, dass die Potentialdifferenz zwischen den Klemmen A und B mit $(\sigma_t + \sigma_c)$ im Verhältnis steht. In diesem Versuch misst man nicht die Spannung am wirkliche Zahnfuß, sondern die Spannung am Zahnfuß der seitlich gestreckten Zahn. Setzt man voraus, dass die letztere Spannung mit $(\sigma_t + \sigma_c)$ im Verhältnis steht, und bestimmt man im voraus die Beziehung zwischen dieser Spannung und der wirklichen Spannung am Zahnfuß, so kann man durch die Spannung die auf die Zahnflanke wirkende Kraft P_n erhalten. Um die Potentialdifferenz e aus dem sich drehenden

Teil herauszunehmen, benutzt man einen Schleifring. Die Veränderung des Kontaktwiderstandes, die durch die Drehung des Schleifrings verursacht wird, beträgt etwa $4 \times 10^{-6} \Omega$. Dieser kleine Wert soll auf die Versuchsergebnisse nie beeinflussen.

Das Prüfzahnrad hat das Normalzahnprofil, dessen Modul 3 und Eingriffswinkel 20° ist. Das Triebzahnrad ist aus Hartstahl hergestelltes Ritzel, das gehärtet und geschliffen ist, und seine Zähnezahl ist 27. Das Getriebe-zahnrad ist aus Nylon hergestelltes grosses Zahnrad, dessen Zähnezahl 34 ist. Beide Zahnräder betragen die Zahnbreite 10 mm.

Um die Prüfzahnräder zu belasten und sie damit zu drehen, verwendete man den Zahnrad-Verspannungsprüfstand, der in Bild 2 dargestellt ist. In Bild 3 ist

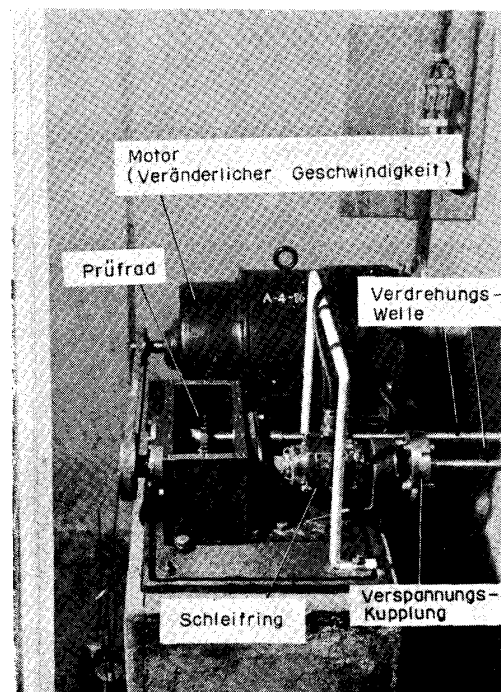


Bild 2. Zahnrad-Verspannungsprüfstand

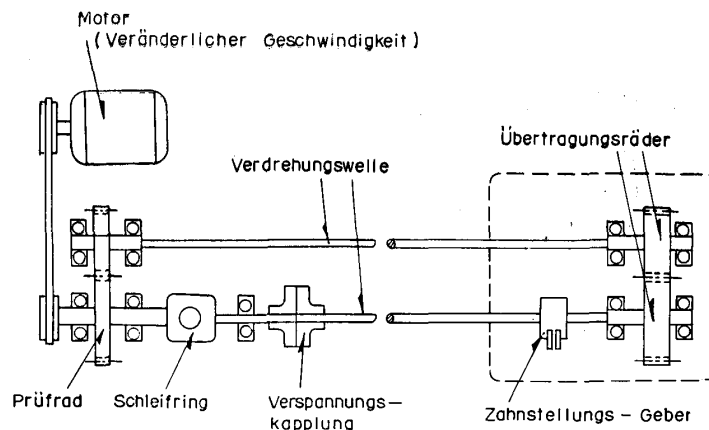


Bild 3. Konstruktion der Verspannungsprüfstands

die Konstruktion des Prüfstandes gezeigt. Bild 4 zeigt den Apparat zur Messung. Die Stromquelle ist die elektrische Batterie von 3 Volt und die Wechselstromquelle von $5000H_z$.

Zur statischen Beobachtung des Phänomens benutzte man das Galvanoskop

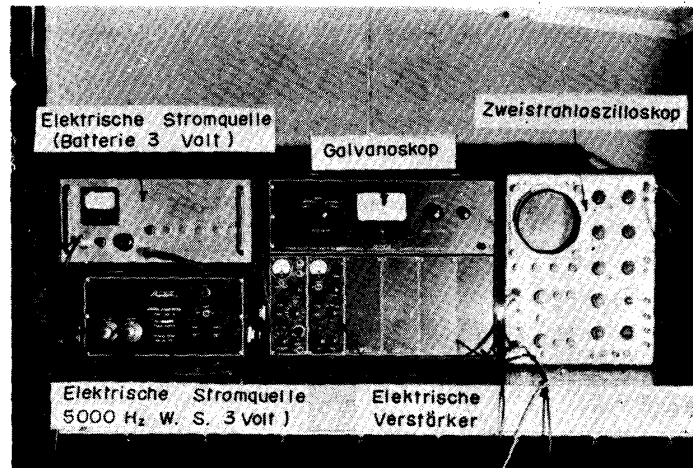


Bild 4. Elektrische Apparat zur Messung

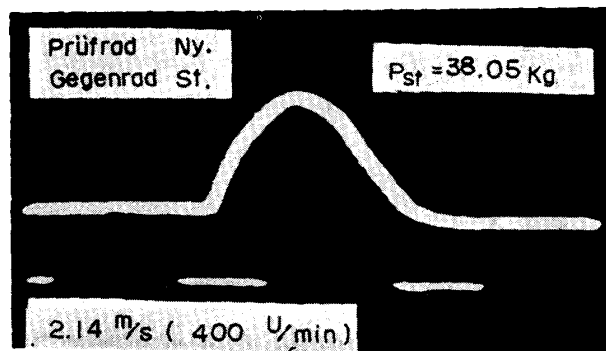


Bild 5. Schattenbild des Oszilloskop

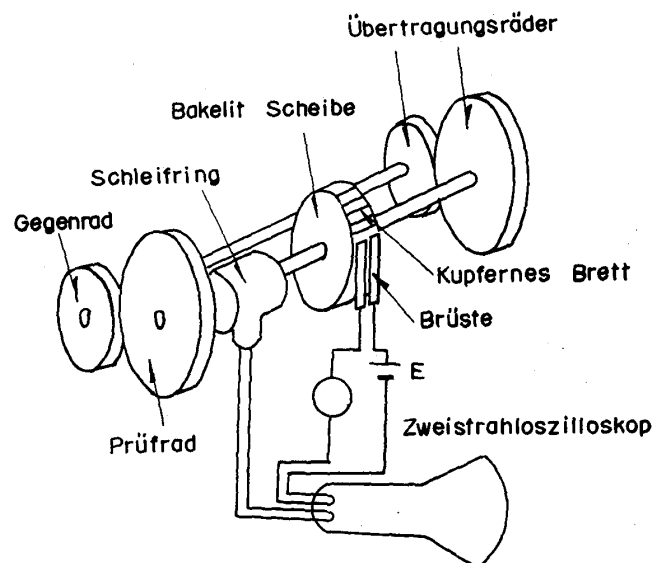


Bild 6. Zahnstellungsmarken-Geber

und für das Phänomen während der Umdrehung verwendete man das Zweistrahloszilloskop. Zur einen Strahlung des Oszilloskops lieferte man die Potentialdifferenz e vom Dehnungsmesser und zur anderen Strahlung gab man die Zahnstellungsmarken, die die Eingriffsstelle der Zahnräder darstellt. Bild 5 zeigt ein Schattenbild des Oszilloskops. Die Zahnstellungsmarken in Bild 6 wurde dadurch erhalten, dass man eine Scheibe aus Bakelit an die Welle der Prüfzahnräder anlegte, auf deren ausseren Flanke ein kupfernes Brett mit der Breite, die der 1 Teilung der Zahnräder gleich ist und mit der Brüste in Berührung kommt, und dass man dadurch den Strom je 1 Teilung schaltete.

III. Theoretische Betrachtung

Die Zugspannung σ_t und die Druckspannung σ_c am Zahnfuss infolge der Belastung P_n auf der Zahnflanke der aus Nylon hergestellten Zahnräder lassen sich mit Gln. (6) und (7) berechnen. Die Spannungen am Zahnfuss bei den Werten von

$$P_n = 27.53 \text{ Kg}$$

$$P_n = 38.05 \text{ Kg}$$

$$P_n = 52.34 \text{ Kg}$$

$$P_n = 62.43 \text{ Kg}$$

werden in Bild 7 wiedergegeben. Diese Spannungen entsprechen dem Fall, in dem

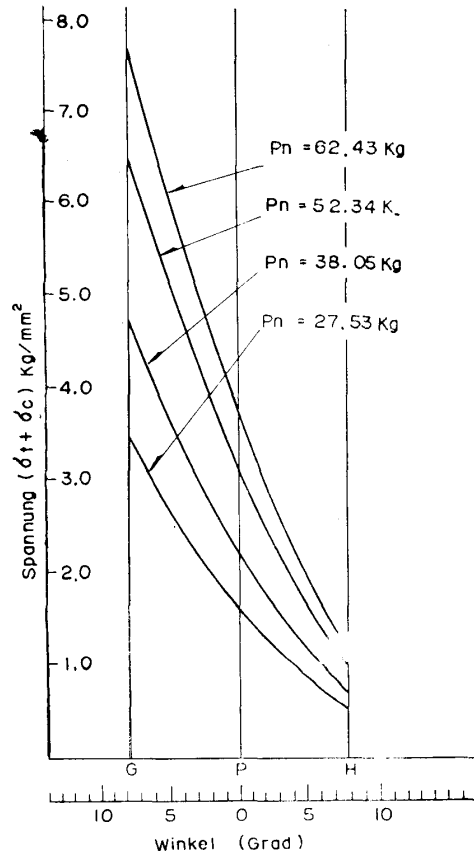


Bild 7. Spannung am Zahnfuss

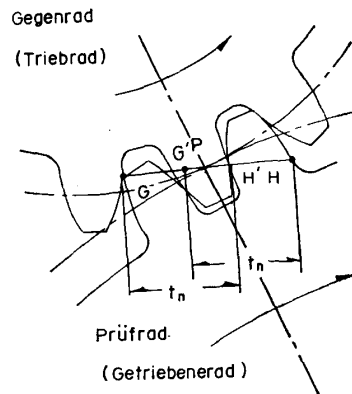


Bild 8. Schematische Darstellung des Zahnrad-Paares

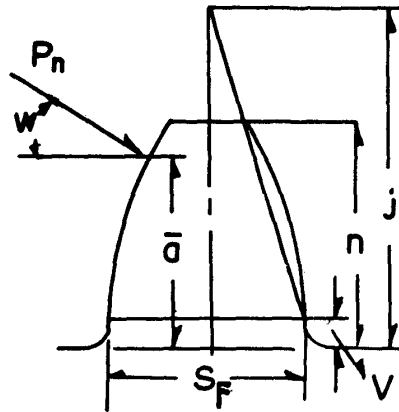


Bild 9. Darstellung des Zahnprofils

die gesamte Belastung vom Anfang bis Ende des Eingriffs auf eine Zahn belastet. Der Überdeckungsgrad der Zahnradpaarung ist 1.655. An dem Teil GG' für den Anfang und dem HH' für den Ende des Eingriffs verwirklicht sich die Doppelengriff, wie man aus Bild 8 ersieht. In Bild 8 bedeutet der Punkt G den Anfangspunkt des Eingriffs sowie der Punkt H den Endepunkt des Eingriffs. Ferner ist t_n die Eingriffsteilung. An dem Teil des Doppelengriffs nehmen die zwei Paar Zähne die gesamte Belastung über. Zur welchem Verhältnis nehmen die zwei Paar Zähne die gesamte Belastung über, die Verfasser setzen voraus, dass die zwei Paar Zähne die Belastung so übernehmen, dass die Menge der Durchbiegung jedes Paar Zahnes gleich ist. Zur Berechnung der Menge der Durchbiegung benutzten die Verfasser die Formel nach Ishikawa.⁽⁶⁾ Die Durchbiegung infolge der Biegung der Zahn ist aus Bild 9, für Rechteck

$$\delta_{B1} = \frac{12 \cdot P_n \cdot \cos^2 \omega}{E \cdot b \cdot S_F^3} \left(\bar{a}^2 \cdot V - \bar{a} \cdot V^2 + \frac{V^3}{3} \right) \quad (17)$$

und für Trapezoid

(6) J. Ishikawa: Bull. T.I.T., Series A, 1957

$$\delta_{B2} = \frac{6 \cdot P_n \cdot \cos^2 \omega}{E \cdot b \cdot S_F^3} \left[\frac{j-a}{j-V} \left(4 - \frac{j-a}{j-V} \right) - 2 \log_e \frac{j-a}{j-V} - 3 \right] (j-V)^3 \quad (18)$$

Die Menge der Durchbiegung infolge der Biegung ist deshalb

$$\delta_B = \delta_{B1} + \delta_{B2} \quad (19)$$

Die Menge der Durchbiegung infolge des Schubs ist

$$\delta_S = \frac{2(1+\nu) \cdot P_n \cdot \cos^2 \omega}{E \cdot b \cdot S_F} \left[V + (j-V) \log_e \frac{j-V}{j-a} \right] \quad (20)$$

Aus der Neigung der Grundlage ergibt sich die Menge der Durchbiegung

$$\delta_G = \frac{24 \cdot P_n \cdot a^2 \cdot \cos^2 \omega}{\pi \cdot E \cdot b \cdot \delta_F} \quad (21)$$

Andererseits ist die Menge der Abnherung der beide Zahnflanke

$$\delta_P = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \cdot \frac{P_n}{b} \cdot \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e 2 + \log_e \frac{b}{2a} \right) \quad (22)$$

wobei

$$a = \sqrt{\frac{8}{\pi} (1-\nu^2) \frac{P_n}{E \cdot b}} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \quad (23)$$

bedeutet. Mit diesen Formeln berechnete man δ_B , δ_S und δ_G für die Zahnräder und das Ritzel und die Menge der Abnherung δ_P für ein Paar Zahnrad an dem Anfangspunkt G des theoretischen Doppeleingriffs, dem Übergangspunkt G' zum Einzeleingriff, dem Übergangspunkt H' zum Doppleingriff und dem Endepunkt H des Eingriffs. Die dadurch erhaltenen Mengen der Durchbiegung sind in Bild 10 wiedergegeben. Unter der Voraussetzung, dass die zwei Paar Zähne die Belastung so übernehmen, dass die Menge der Durchbiegung für zwei Paar Zähne gleich ist,

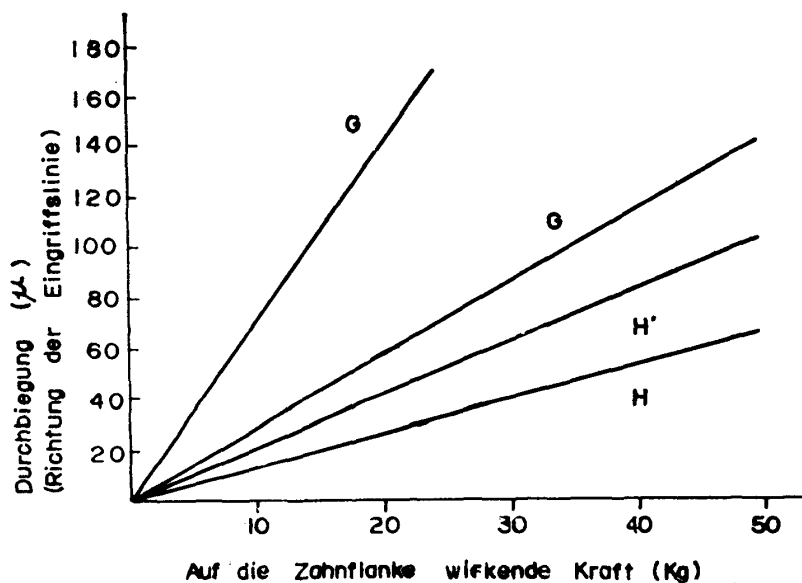


Bild 10 Menge der Durchbiegung am Punkt G, G', H' und H

kommt das Verteilungsverhältnis der Belastung wie Bild 11. In diesem Fall nehmen sie am Anfangsteil des Eingriffs etwa 20 bis 30% der gesamten Belastung und am Endeteil des Eingriffs etwa 80 bis 70% über. Die Spannung am Zahnfuss des Zahnrades in Bild 7 hat bei Berücksichtigung des Verteilungsverh-

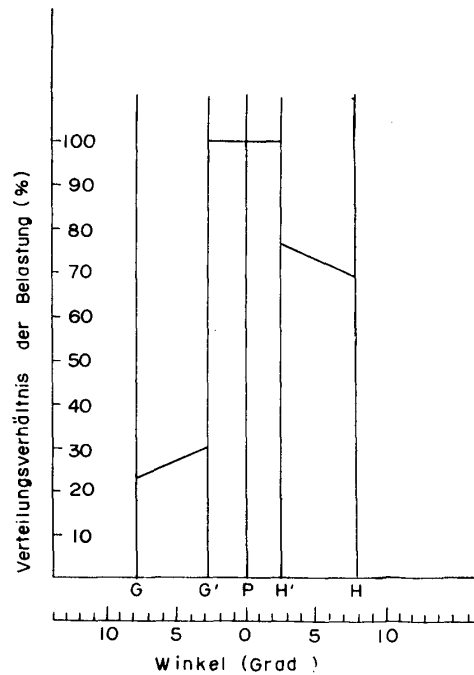


Bild 11. Verteilungsverhältnis der Belastung

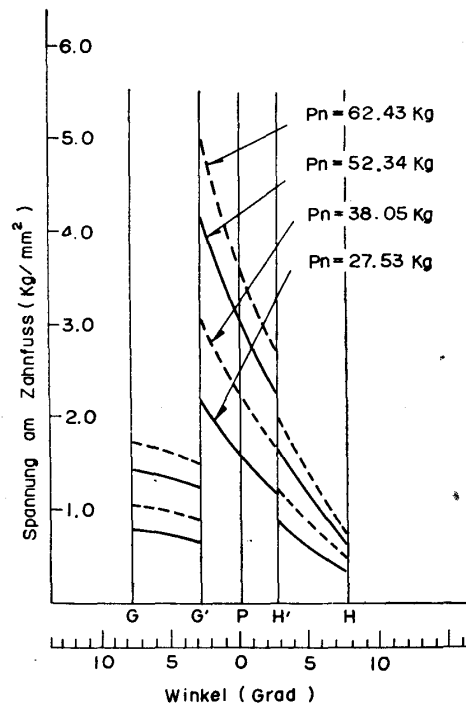


Bild 12. Spannung am Zahnfuss bei Berücksichtigung der Verteilungsverhältnisse der Belastung

hältnisses der Belastung die Werte in Bild 12. Die Menge der Durchbiegung der Zähne sind in Bild 13 wiedergegeben.

Die obige Berechnungsergebnisse sind dafür gültig, dass die Kräfte sehr langsam auf die Zahnflanke einwirken. Im folgenden betrachten die Verfasser die Erscheinungen, bei denen sich die Zahnräder unter bestimmter Geschwindigkeit drehen und die Kräfte übertragen. In Bild 14 seien I_1 , I_2 das Trägheitsmoment von Ritzel und Zahnrad (einschliesslich des Rotors des Schleifrings) in Kg.cm.s^2 , T_1 , T_2 das Triebmoment bzw. Widerstandsmoment in Kg.m , R_{1g} , R_{2g} der Radius des

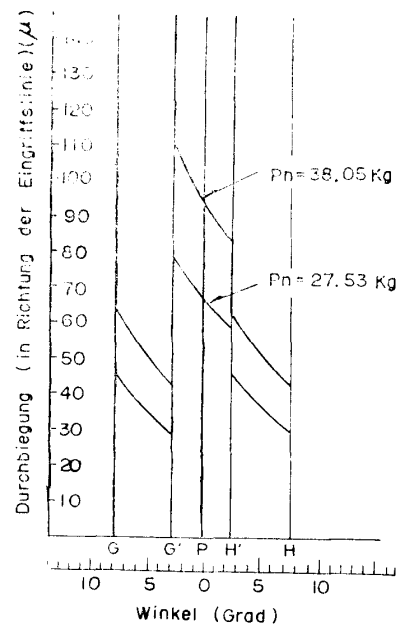


Bild 13. Durchbiegung der Zahn bei Berücksichtigung des Verteilungsverhältnisses der Belastung

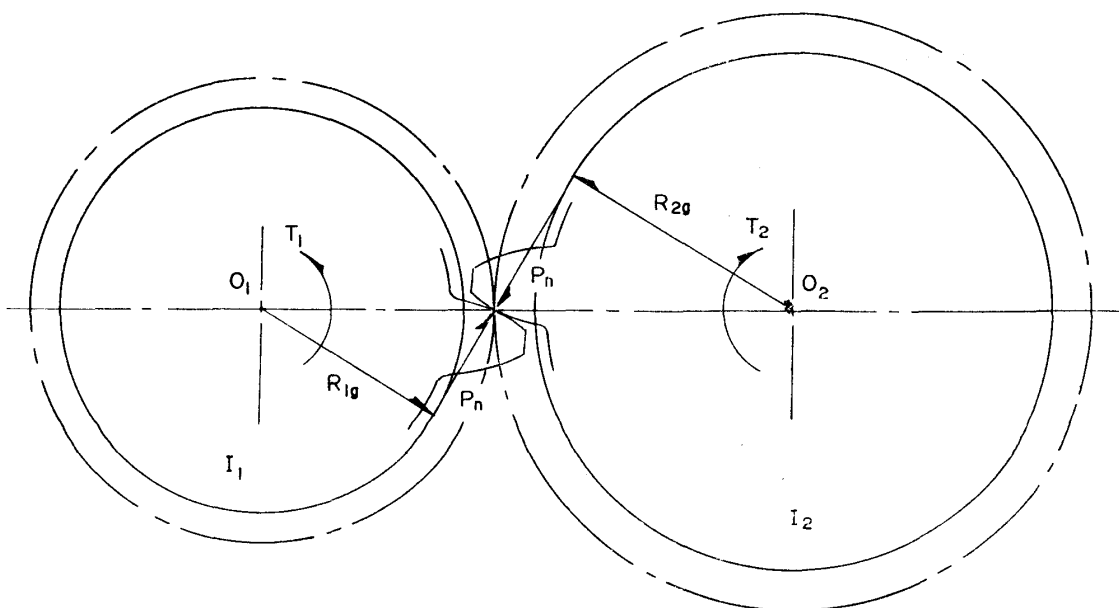


Bild 14. Darstellung des Eingriffs des Prüfzahnrad-Paares

Grundkreises von Ritzel und Zahnrad in cm und P_n die Normalkräfte in Kg, die auf die eingriffende Zahnflanke einwirken. Als die Bewegungsgleichung von Ritzel und Zahnrad erhält man dann

$$I_1 \ddot{\theta}_1 = T_1 - P_n \cdot R_{1g} \quad (24)$$

und

$$I_2 \ddot{\theta}_2 = P_n \cdot R_{2g} - T_2 \quad (25)$$

Mit keine Verluste bei der Übertragung der Leistung kommt

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{R_{1g}}{R_{2g}} \quad (26)$$

Setzt man nun

$$\frac{T_1}{R_{1g}} = \frac{T_2}{R_{2g}} = P_{st} \quad (27)$$

Nun ersetzt man θ_1 und θ_2 durch die Verschiebung x_1 und x_2 auf der Eingriffslinie wie

$$\theta_1 = \frac{x_1}{R_{1g}}, \quad \theta_2 = \frac{x_2}{R_{2g}} \quad (28)$$

und die Gültigmassen M_1 und M_2 auf der Eingriffslinie lassen sich schreiben

$$M_1 = \frac{I_1}{R_{1g}^2}, \quad M_2 = \frac{I_2}{R_{2g}^2} \quad (29)$$

Setzt man diese Ausdrücke in Gln. (24) und (25) ein, so erhält man

$$M_1 \cdot \ddot{x}_1 = P_{st} - P_n \quad (30)$$

und

$$M_2 \cdot \ddot{x}_2 = P_n - P_{st} \quad (31)$$

Als die Grundlage nimmt man den Eingriff ohne Belastung an. Misst man die Verschiebung x_1 und x_2 von der Grundlage, so kommt

$$P_n = K (x_1 - x_2) \quad (32)$$

wobei K die Zahnfederkonstante in Kg/cm ist und dem reziproken Wert der Durchbiegungsmenge der Zahn entspricht. Dann wird die Bewegungsgleichung in die Form

$$\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)^{-1} (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + K (x_1 - x_2) = P_{st} \quad (33)$$

umgeschrieben. Setzt man

$$\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} = \frac{1}{M}$$

und

$$x_1 - x_2 = x$$

so wird Gl. (33) in der Form

$$M \ddot{x} + K x = P_{st} \quad (34)$$

geschrieben, wobei M die Zusammenmassen in $\text{Kg.s}^2/\text{cm}$ und x die relative Verschiebung in cm auf der Eingriffslinie bedeutet. In der obigen Gleichung berücksichtigt man keine Dämpfung. Im praktischen Fall ist jedoch die Dämpfung vorhanden. Berücksichtigt man die Dämpfung und setzt man voraus, dass Bremskräfte mit der Geschwindigkeit \dot{x} im Verhältnis steht, so erhält man

$$M \ddot{x} + K' \dot{x} + K x = P_{st} \quad (35)$$

Die Eigenfrequenz in diesem Fall ist

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M} - \left(\frac{K'}{2M}\right)^2} \quad (36)$$

die durch die Umformung in der Form

$$K' = 2M \sqrt{\frac{K}{M} - (2\pi f)^2}$$

geschrieben wird. An einer bestimmten Eingriffsstelle wird das Drehmoment auf die Zahnradpaarung geliefert. Durch den Schlag gibt man den Zähnen die Schwingung. Misst man dabei die Frequenz, so erhält man den K' -Wert an der Stelle. Die Messungsergebnisse der Frequenz f sind natürlich ein bisschen verschieden je nach der Messtelle. In diesem Fall ist $f=250 \text{ Hz}$ und $K'=2.6724$. Mit der Bestimmung von K' -Wert kann die vorige Bewegungsgleichung abgelöst werden. In der vorliegenden Arbeit wird die Jakobsensche δ -Methode⁽⁷⁾ auf die obige Gleichung angewendet. Die relative Verschiebung ist graphisch abgelöst.

Bild 15 zeigt die relative Verschiebung bei $P_{st}=27.53\text{Kg}$ und auch bei der Umdrehung 200, 800 und 1600 U/min. Aus der relativen Verschiebung und der Zahnfederkonstante K erhielt man die auf die Zahnflanke wirkende Kräfte P_n , die in Bild 16 wiedergegeben sind. Aus diesen Bildern ersieht man, dass bei kleiner Umdrehung die auf die Zahnflanke wirkenden dynamischen Kräfte unmittelbar hinter dem Endepunkt H' des Einzeleingriffs am grössten sind. Mit zunehmender Umdrehung verschiebt der Punkt, an dem die Kräfte am grössten sind, von H' nach dem Endepunkt H des Eingriffs. Die berechnete Normalzahnkraft beträgt bei der statischen Kraft $P_{st}=27.53 \text{ Kg}$, $P_n=35$ bis 37 Kg .

In der obigen Berechnung hat man den Fall, in dem der Rotor des Schleifrings am Prüfzahnrad befestigt und sich mit dem Prüfzahnrad dreht, behandelt. Wird kein Rotor am Prüfzahnrad befestigt, so weicht die dynamischen Kräfte von dem vorigen Wert nicht weit ab und befindet sich die Stelle, in der die dynamischen Kraft am grössten ist, zu H' näher als im vorigen.

Wie man aus Bild 3 ersieht, ist der Rotor des Schleifrings in der Versuchsanlage mittels der Welle mit grossem Durchmesser mit dem Prüfzahnrad gekuppelt, an dessen rechtsseitig Verdrehungskupplung durch die Welle mit dem kleineren Durchmesser vermittelt werden. Da die Achsenfederkonstante der Verdrehungskupplung etwa $1/3$ so gross wie die der Zahnfederkonstante des Prüfzahnrades

(7) S. Tanaka: Science of Machine, Vol. 9, No. 1, 2, 3, 1957

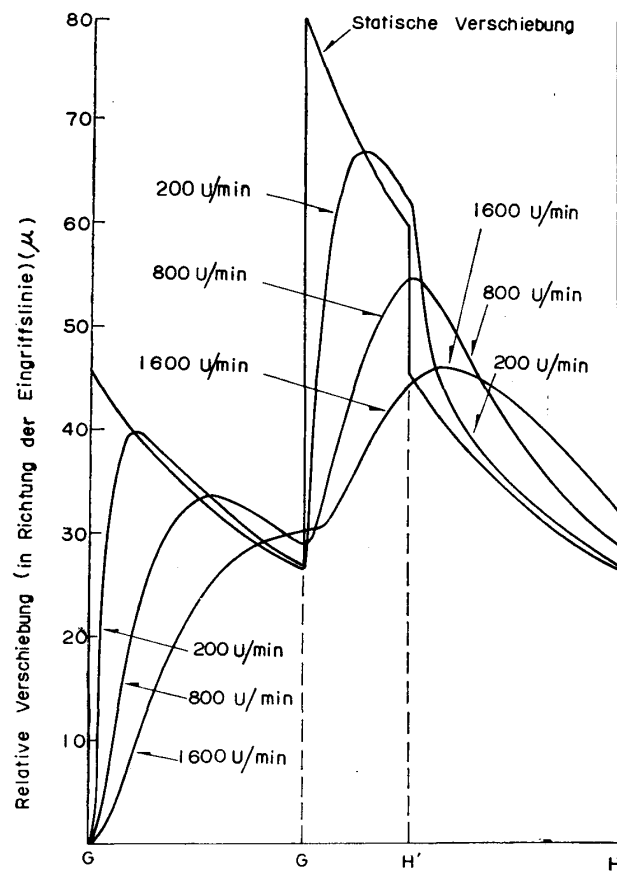


Bild 15. Berechnungsergebnisse der relative Verschiebung bei $P_{st}=27.53$ Kg und bei Umdrehung 200, 800, und 1600 U/min

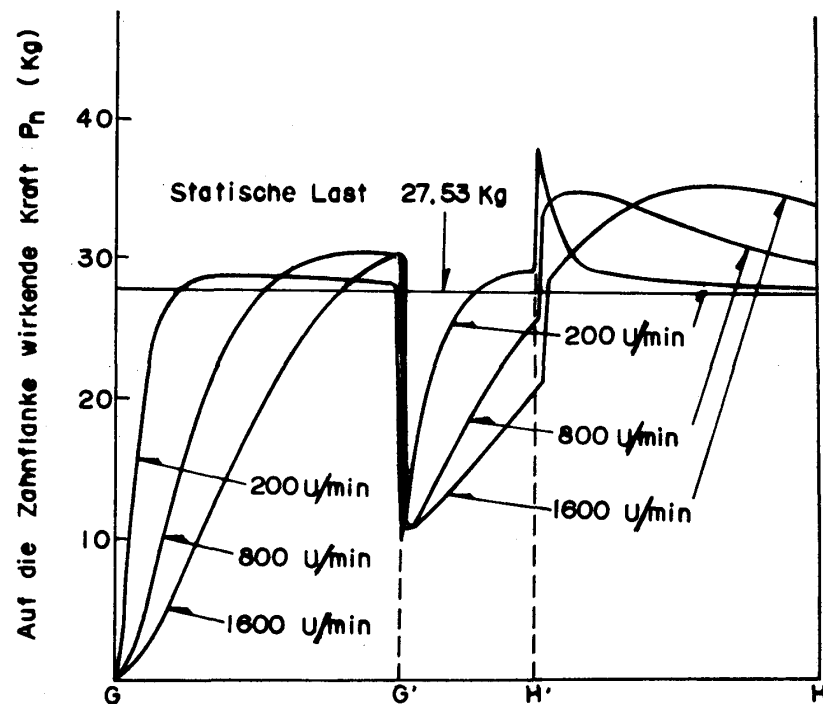


Bild 16. Berechnungsergebnisse der auf die Zahnflanke wirkenden Kraft P_n bei $P_{st}=27.53$ Kg und bei der Umdrehung 200, 800, und 1600 U/min

ist, beeinflussen die Kupplung mit Recht auf die relative Verschiebung x . Die relative Verschiebung in Bild 15 ist ohne Berücksichtigung der Kupplung berechnet. Berücksichtigt man den Einfluss der Kupplung, erscheint die Stelle, an der die dynamische Kraft am grössten ist, später als der Fall in Bild 16.

Zur obigen Berechnung der relativen Verschiebung und der dynamischen Kraft setzt man voraus, dass die Zähne des Prüfzahnrades richtig hergestellt und auch richtig aufgestellt sind.

IV. Versuchsergebnisse

In Bild 17 zeigt die aus der Potentialdifferenz e gewonnene Spannung am Zahnfuss. Die Potentialdifferenz in diesem Fall wird durch den Dehnungsmesser gemessen und die Zahnräder drehen sich dabei sehr langsam unter der statischen Kraft $P_{st}=27.53$ Kg, die auf die Zahnflanke der Zahnräder wirkt. In diesem Bild bedeutet der Punkt G den theoretischen Anfangspunkt des Eingriffs, G' den Übergangspunkt von dem Doppeleingriff zum Einzeleingriff, H' den Übergangspunkt vom Einzeleingriff zum Doppeleingriff und H den Endepunkt des Eingriffs. Die strichpunktierte Linie in dem Bild ist dieselbe wie in Bild 12, die die theoretisch berechnete Spannung am Zahnfuss zeigt. Hinter dem Punkt G' stimmt die berechnete Spannung am Zahnfuss mit der wirklichen Spannung ungefähr zusammen, während am Anfang des Eingriffs ist das Verhalten ganz anders. Der Grund dafür liegt darin, dass bei der Berechnung wurde die gewöhnliche Zahn verwendet, und dass bei der Messung mit dem Dehnungsmesser die Zahnbreite seitlich verlängert wurde. Die Zahnfederkonstante der letzten ist deshalb grösser als die der gewöhnlichen Zahn. Das Verteilungsverhältnis der Belastung der Zahn ist daher sogar in der ersten Hälfte des Eingriffs erheblich gross. Nicht zuletzt hat das Zahnprofil des Prüfzahnrad den Zahnradfehler. Der wirkliche Anfangspunkt des Eingriffs erscheint früher als der theoretischen und der wirkliche Endepunkt des Eingriffs tritt später ein als der theoretischen. In diesem Gebiet ist die Zahn in der Lage des Eckekontakt. Der Eckekontakt wird durch die Durchbiegung der Zahn verursacht. Infolge der Durchbiegung der Zahn geht das Getriebrad gegen das Triebrad nach um die Menge der Durchbiegung, wie in Bild 13

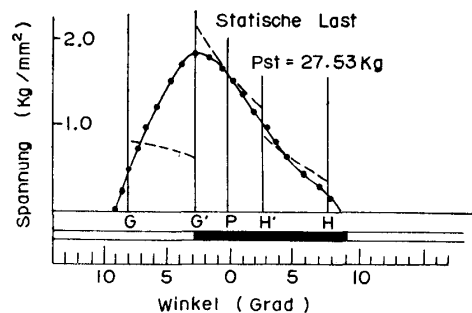


Bild 17. Spannung am Zahnfuss (in diesem Fall drehen sich die Zahnräder sehr langsam unter der statischen Belastung $P_{st}=27.53$ Kg)

dargestellt ist. Sind das Zahnprofil der zwei Zahnräder richtige Evolventenverzahnung, hat der Zahnkopf des Getriebenes an der vorderen Stelle als der theoretischen Anfangspunkt G des Eingriffs den Eckkontakt mit der Zahnflanke des Gegenrades wie man aus Bild 18 ersieht. In gleicher Weise hat der Zahnkopf des Triebrades hinter dem Endpunkt H des Eingriffs den Eckkontakt mit der Zahnflanke des Zahnfusses des Getriebenes. In Bild 19 ist der Punkt, an dem der Eckkontakt in Richtung der Eingriffslinie von G je nach der Menge der

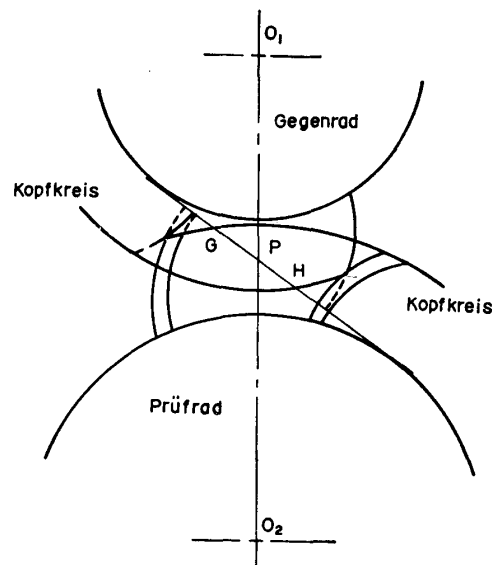


Bild 18. Darstellung des Eckkontakts

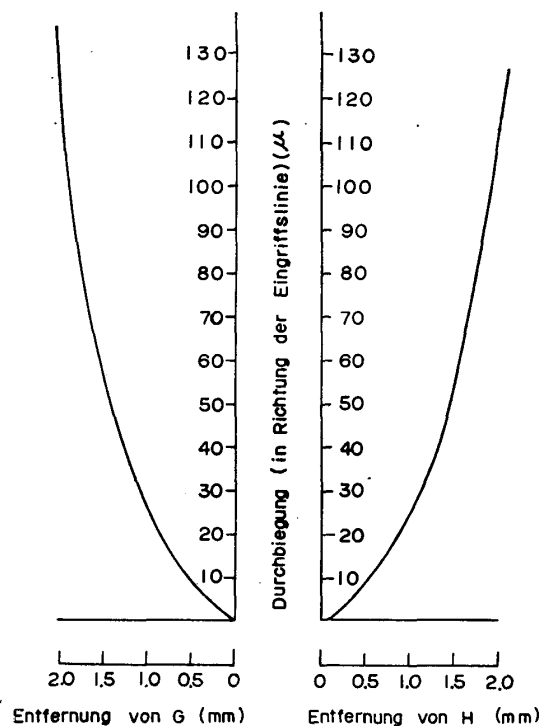


Bild 19. Berechnete Entfernung, in der der Eckkontakt beginnt und endet

Durchbiegung beginnt, und die berechnete Entfernung von H, in der der Eckekontakt aufrechterhalten wird, dargestellt. Aus Bild 13 und 19 erhält man Bild 20. Am Punkt, der sich um die Länge a vor G befindet, tritt der Eckekontakt ein und der Eckekontakt wird hinter H in der Länge b erhalten.

In Bild 21 sind die Messergebnisse der Spannung des Zahnfusses dargestellt. Bei der Messung war die statische Kraft der Zahnflanke $P_{st}=27.53 \text{ Kg}$ und war die Umdrehung 200 bis 1200 U/min. Die ausgezogene Linie in unter dem Bild ist

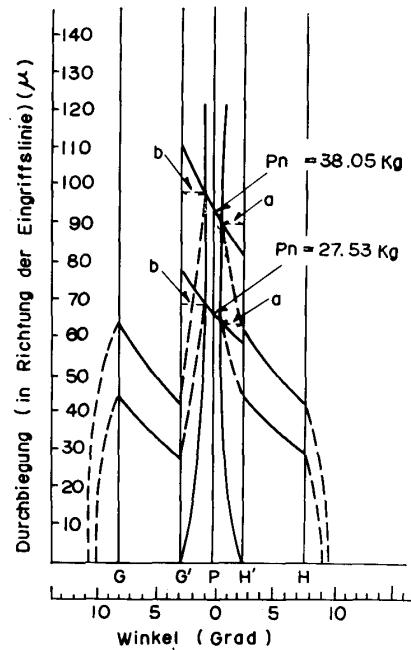


Bild. 20 Menge der Durchbiegung der Zahn bei Berücksichtigung des Eckekontakt

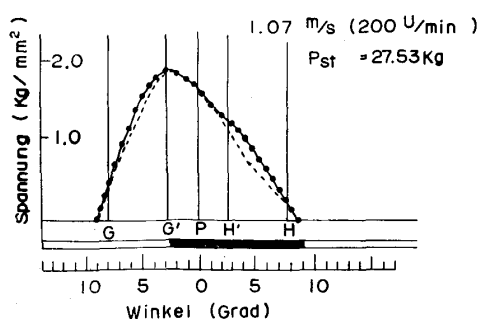
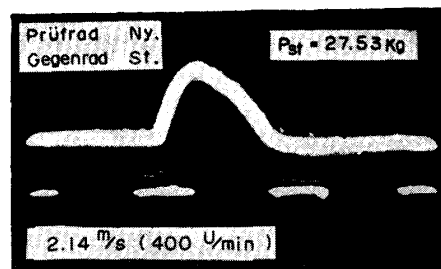
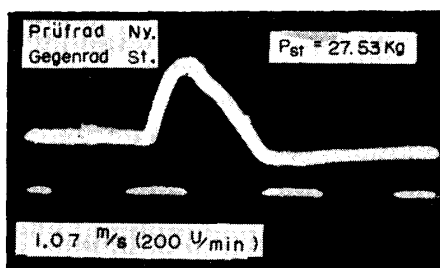


Bild 21-1

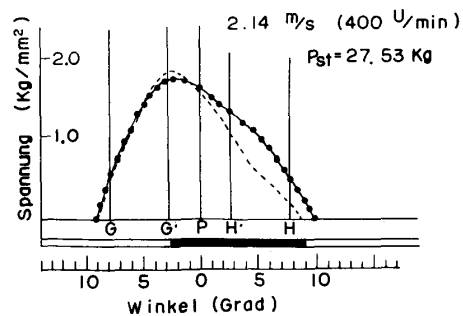


Bild 21-1

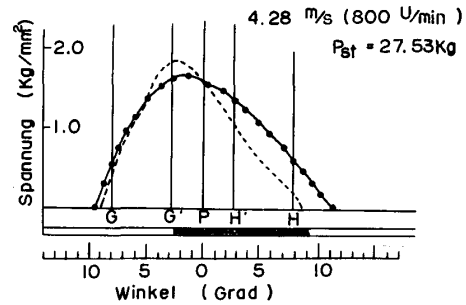
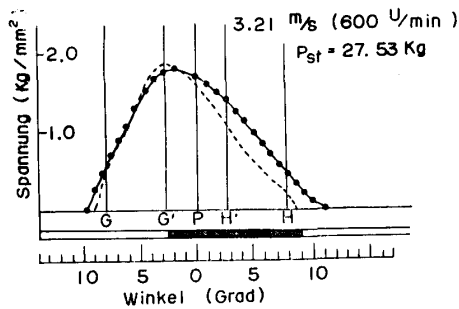
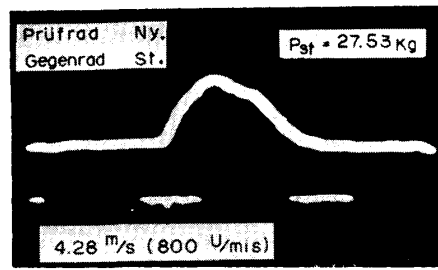
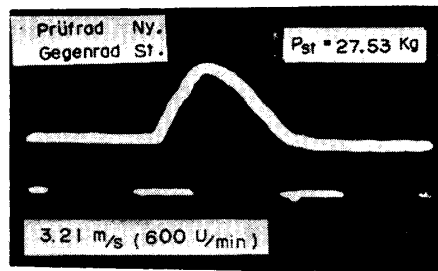


Bild 21-3

Bild 21-4

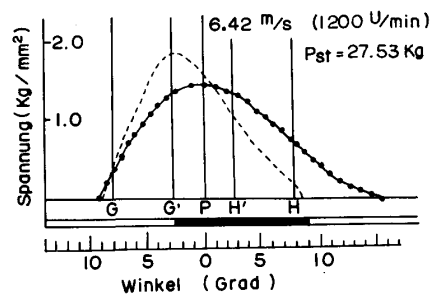
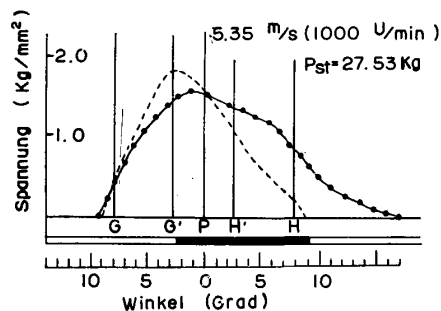
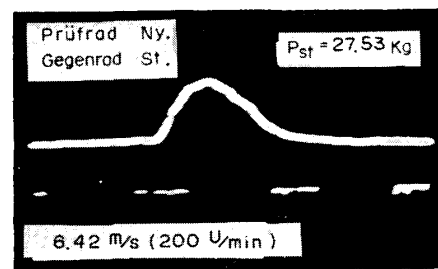
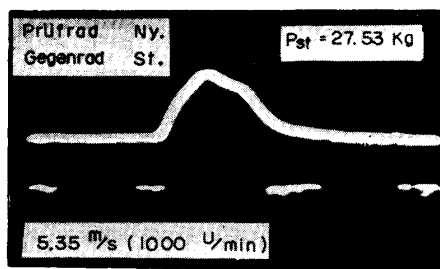


Bild 23-5

Bild 23-6

die Vergrößerung um 2-fach des obigen Photos. Die strichpunktierte Linie zeigt die statisch gemessene Spannung des Zahnfusses, die in Bild 17 dargestellt ist. Bei 200 U/min ist die Spannung des Zahnfusses fast nicht anders als die bei statischer Messung. Bei 200 U/min ist die Spannung am Zahnfusses im Gebiet H' und H ein wenig grosser. Bei 400 U/min ist das Verhalten dasselbe wie bei 200 U/min. Das Verhalten ist erheblich mit zunehmender Umdrehung. Die aus diesem Diagramm berechnete Kraft, die auf die Zahnflanke wirken, ist in Bild 28 wiedergegeben.

Bild 22 zeigt das Diagramm über die Spannung am Zahnfuss, in dem die

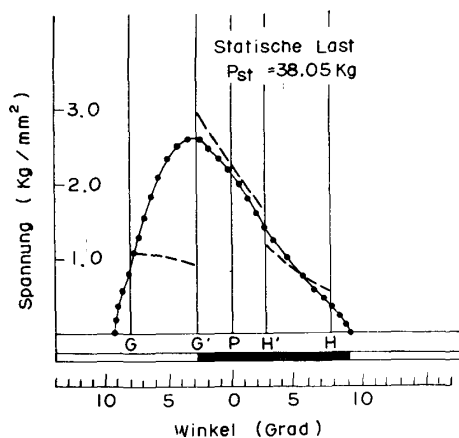


Bild 22. Spannung am Zahnfuß (in diesem Fall drehen sich die Zahnräder sehr langsam unter der statischen Belastung $P_{st} = 38.05 \text{ Kg}$)

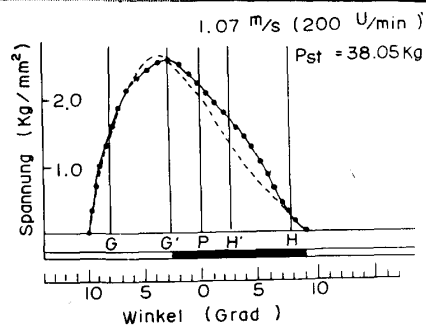
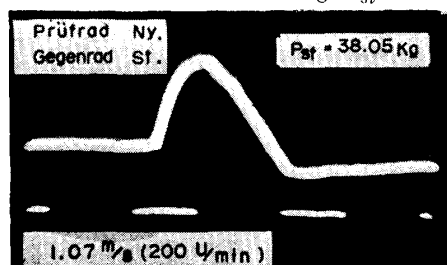


Bild 23-1

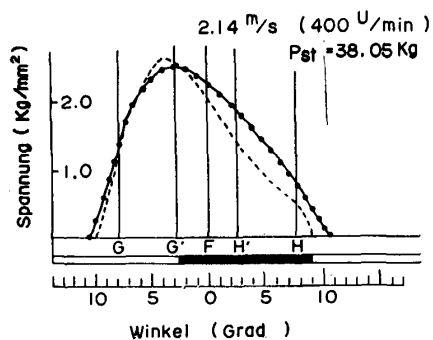
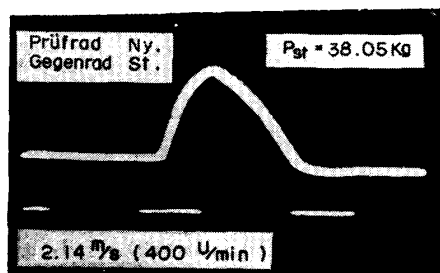


Bild 23-2

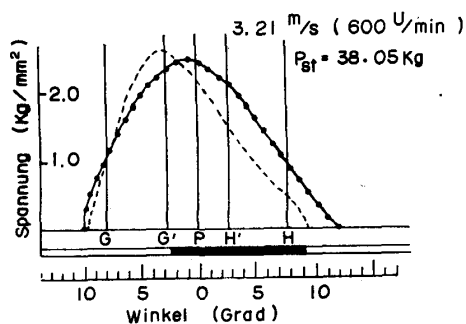
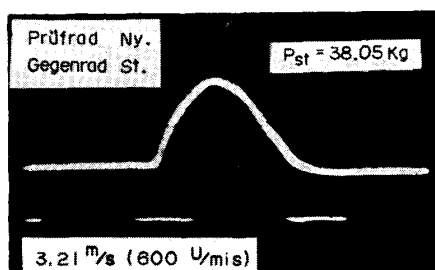


Bild 23-3

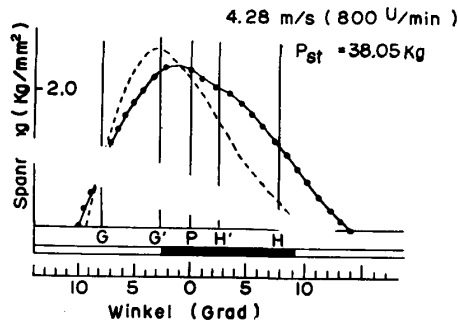
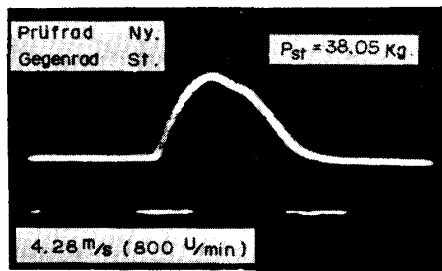


Bild 23-4

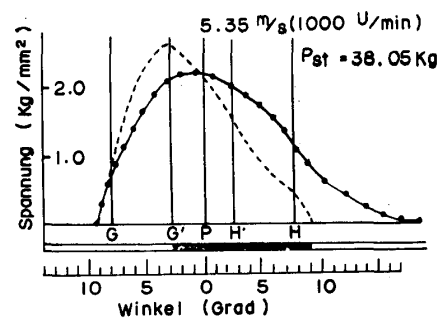
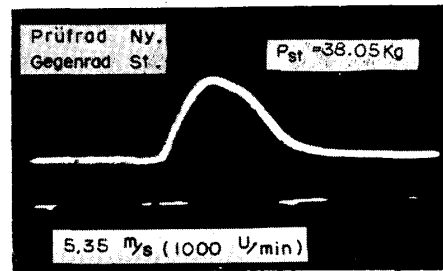


Bild 23-5

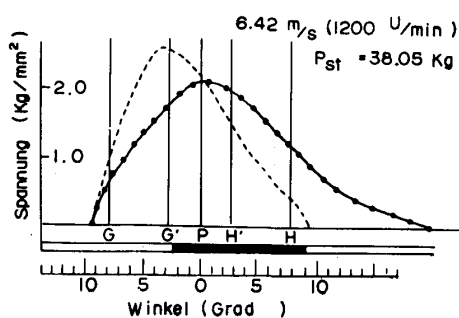
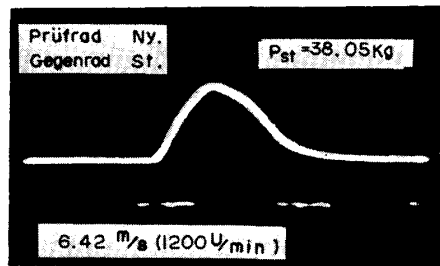


Bild 23-6

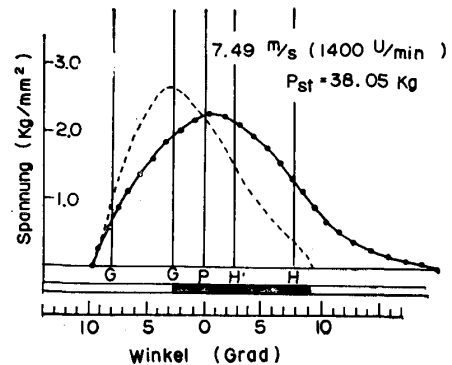
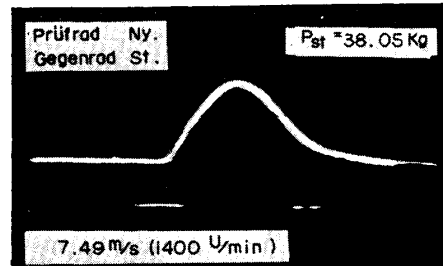


Bild 23-7

statische Kraft $P_{st}=38.05$ Kg war und das Zahnrad sehr langsam gedreht wurde. Bild 23 zeigt die Messergebnisse über die Spannung des Zahnfusses, in dem die statische Kraft $P_{st}=38.05$ Kg war und die Umdrehung 200 bis 1400 U/min war. In diesem Fall weicht die Spannung am Zahnfuß nicht von der statischen Spannung ab, nur dass sie im Gebiet H' bis H ein wenig grösser ist. Mit zunehmender Umdrehung wird die Spannung am Zahnfuß grösser als die statische Spannung.

Es gibt beträchtlich grossen Unterschied besonders am Endepunkt des Eingriffs. Die aus dem Diagramm berechnete Kraft, die auf die Zahnflanke wirken, ist in Bild 28 wiedergegeben.

Bild 24 zeigt das Diagramm über die Spannung am Zahnfuss, in dem die statische Kraft auf die Zahnflanke $P_s = 52.34$ Kg war und die Zahnräder sehr langsam gedreht wurden. In Bild 25 ist die Messergebnisse bei der Umdrehung 200 bis 1400 U/min dargestellt. Die aus dem Diagramm berechnete Kraft, die auf die Zahnflanke wirken, ist in Bild 28 dargestellt.

Bild 26 zeigt das Diagramm über die Spannung am Zahnfuss, in dem die

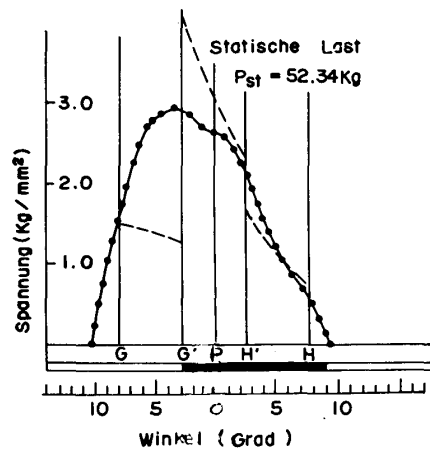


Bild 24. Spannung am Zahnfuss (in diesem Fall drehen sich die Zahnräder sehr langsam unter der statischen Belastung $P_{st} = 52.34 \text{ Kg}$)

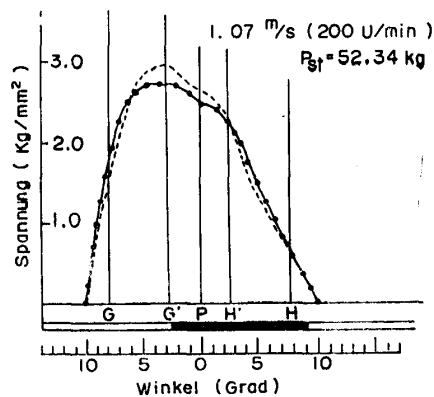
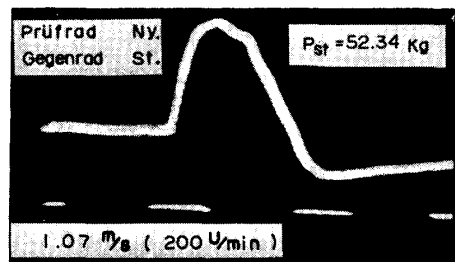


Bild 25-1

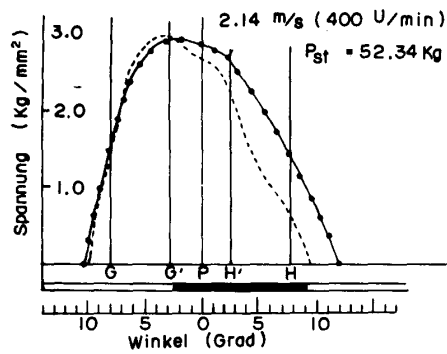
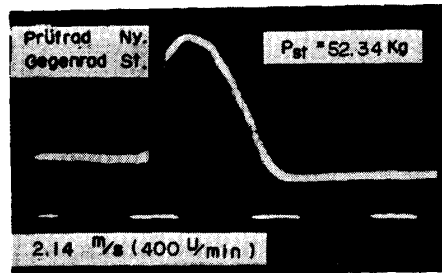


Bild 25-2

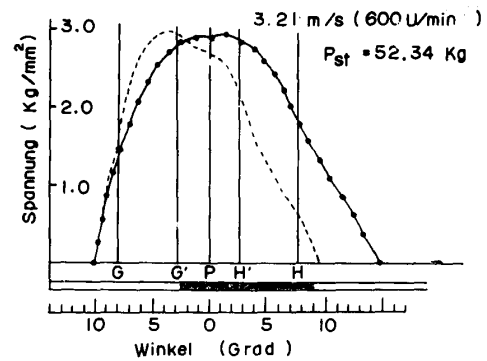
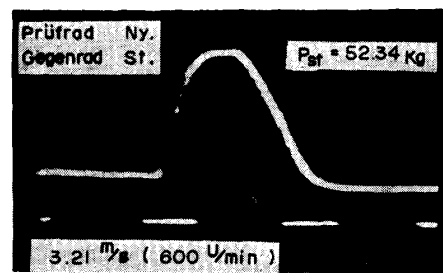


Bild 23-3

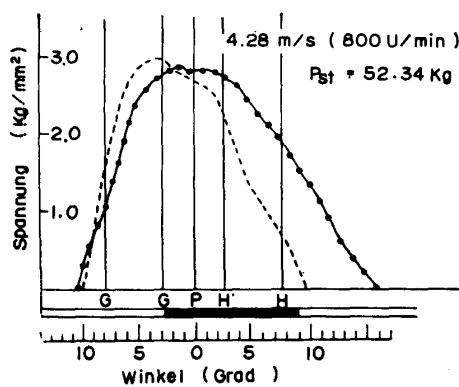
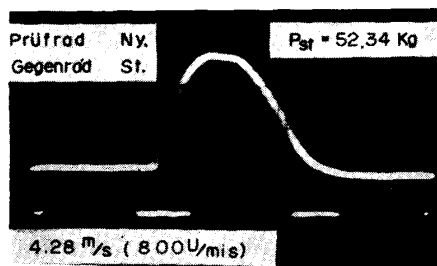


Bild 25-4

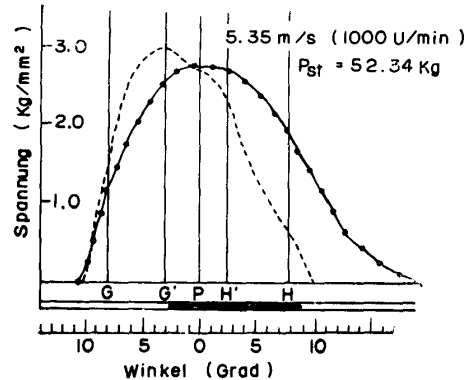
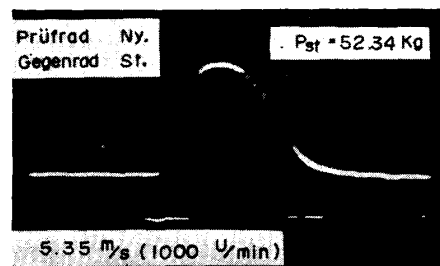


Bild 25-5

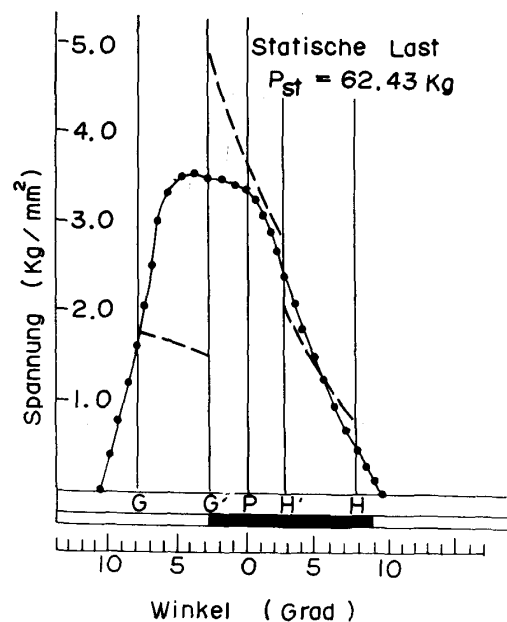
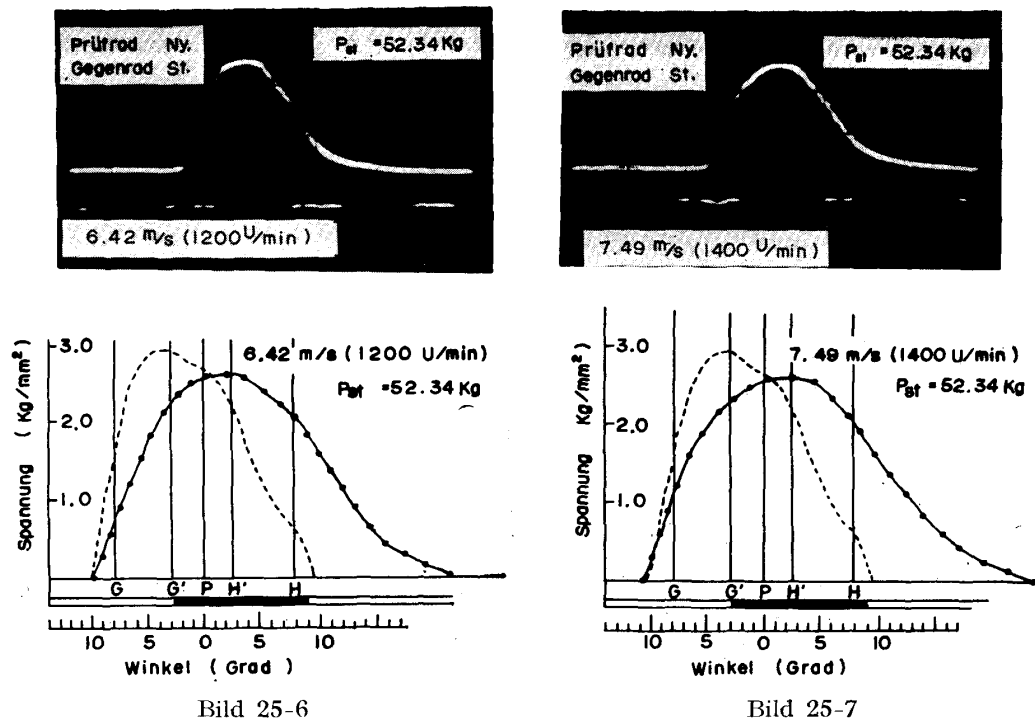


Bild 26. Spannung am Zahnfuß (in diesem Fall drehen sich die Zahnräder sehr langsam unter der statischen Belastung $P_{st} = 62.43 \text{ Kg}$)

statische Kraft, die auf die Zahnflanke wirken, $P_s = 62.43 \text{ Kg}$ war und die Zahnräder sehr langsam gedreht werden. Bild 27 zeigt die Messergebnisse bei 200 bis 1200 U/min. Die aus diesem Diagramm berechnete Kraft, die auf die Zahnflanke wirken, ist in Bild 28 dargestellt.

Aus Bild 28 ersieht man, dass sich die auf die Zahnflanke wirkende Kraft P_n mit zunehmender Umdrehung vergrößert. Die Zunahme der dynamischen Kräfte

ist mehr beträchtlich bei grosser statischer Kraft als bei kleiner. Die Vergrösserung der dynamischen Kräfte ist erheblich bei verhältnissmässig kleiner Umdrehung, d.h. bei 200 bis 800 U/min, während sie nicht auffallend bei über 1000 U/min ist.

Betrachtet man die Zahn beim Eingriff der Zahnräder aus Nylon als eine Feder, so ist die experimentell erhaltene Frequenz sehr klein und der Werte etwa

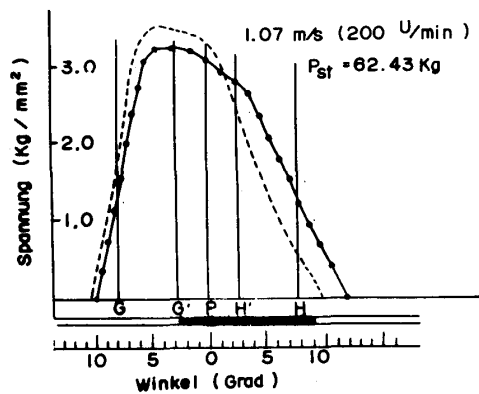
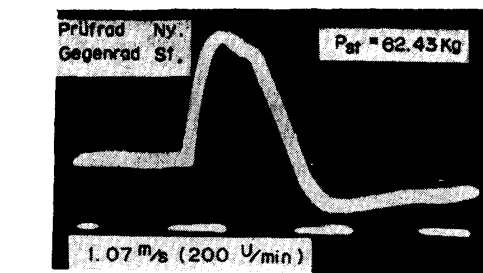


Bild 27-1

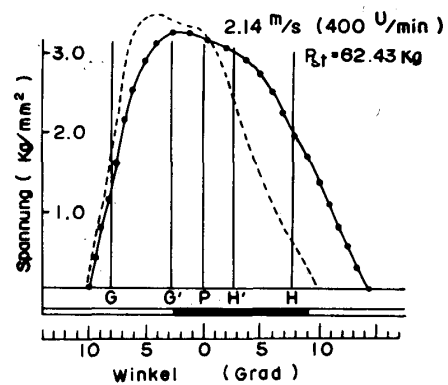
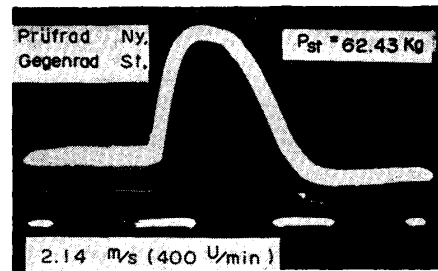


Bild 27-2

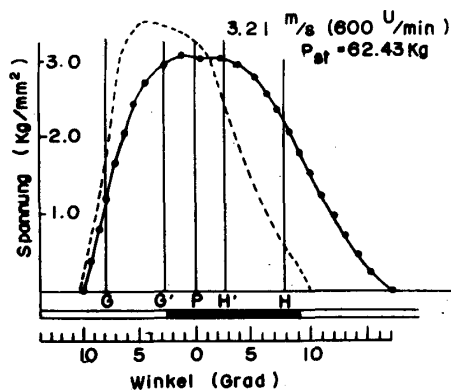
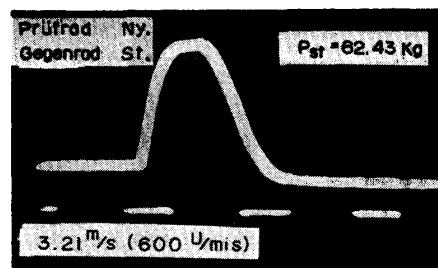


Bild 27-3

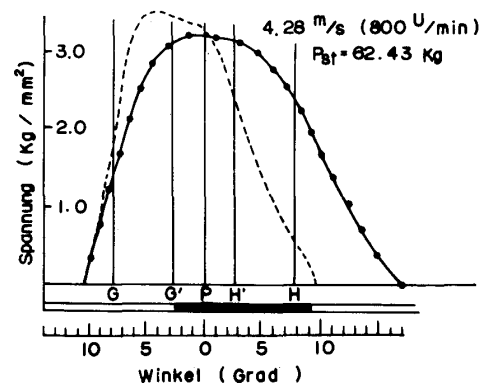
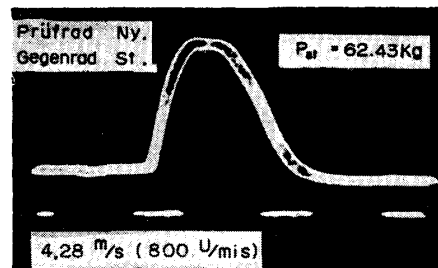


Bild 27-4

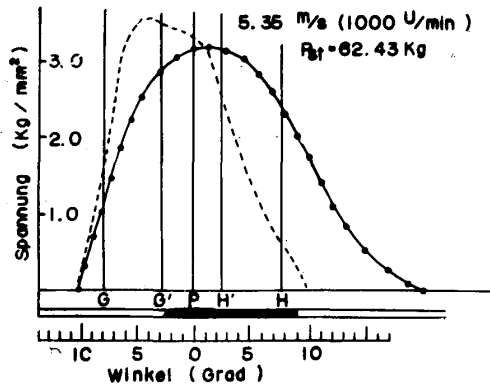
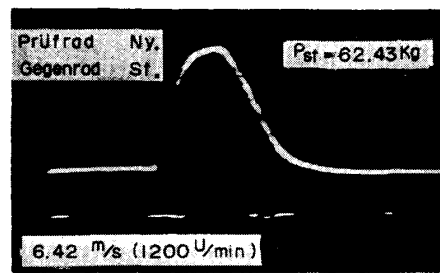
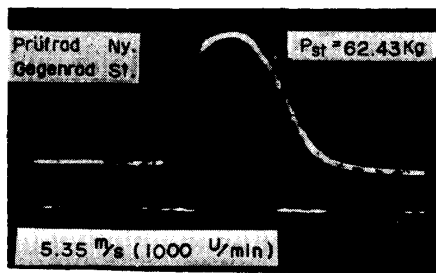


Bild 27-5

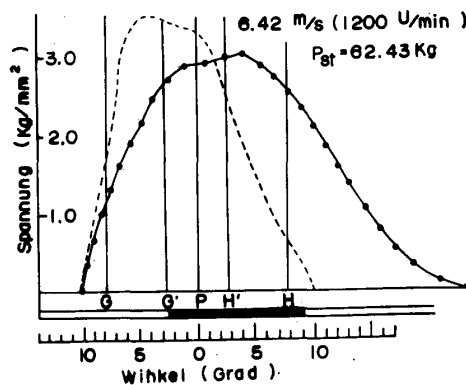


Bild 27-6

250H_e. Wirkt die statische Kraft auf die Zahn ein, so biegt die Zahn je nach der Grösse der Kraft durch. Wirkt die Kraft nur in kurzer Zeit bei rascher Umdrehung ein, so können die Zahnräder aus Nylon nicht gemäss der Belastung durchbiegen und verschieben immer noch hinter den Eingriffspunkt. Dies ist aus der theoretischen Berechnung klar und wird von den Messergebnissen erklärt. Die experimentell erhaltene dynamische Kraft ist grösser als die berechnete. Die experimentell bestimmte Lage, an der die dynamische Kraft am grössten ist, erscheint später als die berechnete. Diese Unterschiede können aus verschiedenen Fehlern oder durch den Einfluss der Kupplung eintreten. Dies geschieht nicht bei dem aus Hartstahl hergestellten Zahnrad, bei dem die Eigenfrequenz und die Zahnfederkonstante gross ist. Bei den aus Nylon hergestellten Zahnradern, deren Eigenfrequenz sowie die Zahnfederkonstante klein sind, beeinflussen die Umdrehung beträchtlich auf die dynamische Kraft. Die Grösse des Rotors des Schleifrings auf der Welle des Prüfzahnrades und der Kupplung können erheblich auf die dynamische Kraft beeinflussen.

V. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit ist die dynamische Kraft, die auf die Zahn der aus Nylon hergestellten Zahnräder einwirken, mittels des Zahnrad-Verspannungsprüfstandes gemessen. Zur Messung der Spannung am Zahnfuss unter verschiedenen Betriebsbedingungen verwendete man Dehnungsmesser und Zweistrahloszilloskop. Aus der Spannung wurde die dynamische Kraft gewonnen.

Andererseits wurde unter verschiedenen Betriebsbedingungen die theoretische

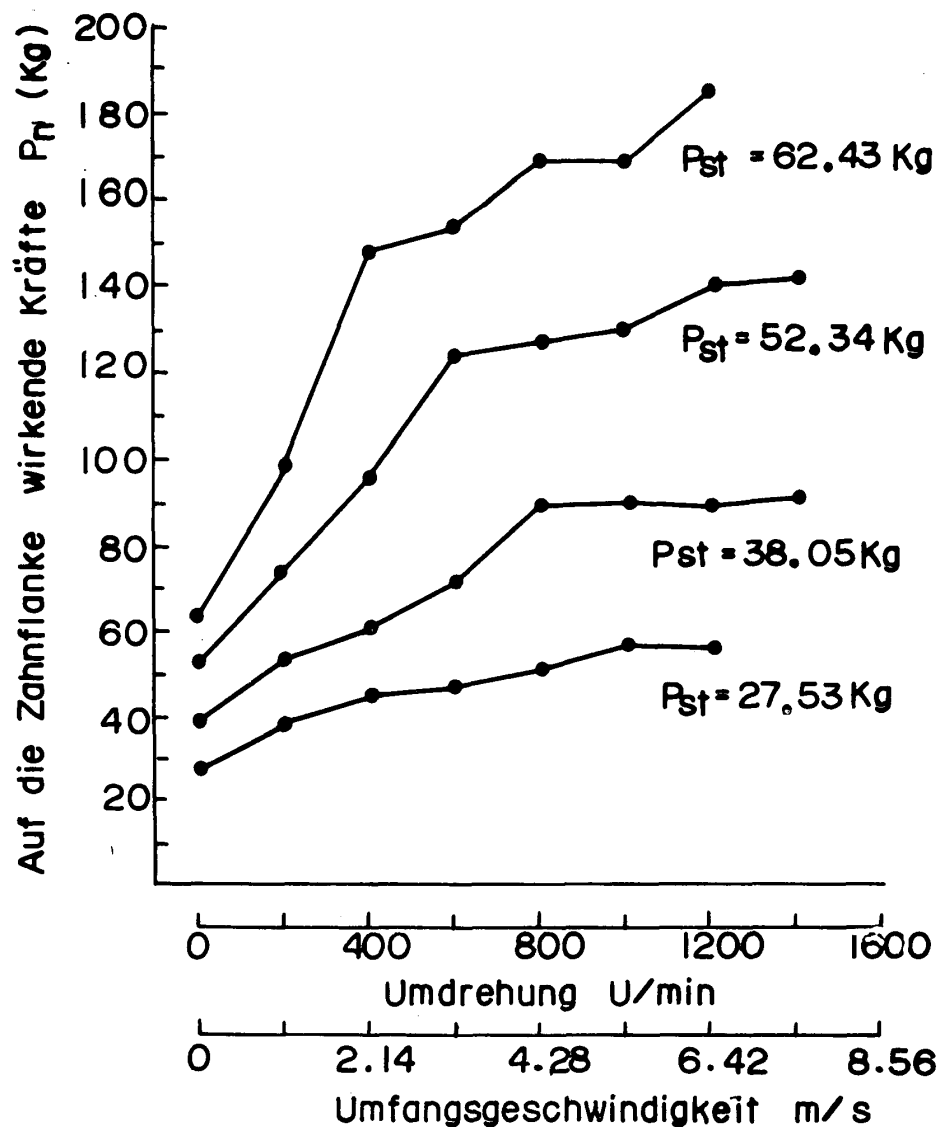


Bild 28. Messergebnisse der auf die Zahnflanke wirkende Kräfte P_n (Kg)

Berechnung über die dynamische Kraft, die auf die Zahn der aus Nylon hergestellten Zahnräder einwirken, durchgeführt.

Die erhaltenen Ergebnisse sind im folgenden zusammengefasst.

1. Die Messergebnisse der dynamischen Kraft nimmt mit zunehmender Umdrehung der Zahnräder zu.

2. Bei kleiner Umdrehung (200 bis 800 U/min) nimmt die dynamische Kraft mit zunehmender Umdrehung ziemlich rasch zu, während bei grosser Umdrehung (800 bis 1400 U/min) ist die Vergrösserung nicht so erheblich.

3. Die Messergebnisse der dynamischen Kraft sind im allgemeinen viel grösser als die theoretisch berechneten.